

Olimpiada Națională de Matematică

Etapa locală

10 februarie 2024

Clasa a IX-a

Problema 1.

Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuațiile:

- a) $||x-1|-1|-1|=1;$
b) $[x]+[2x]+[3x]=4x$

Problema 2.

Fie a, b, c numere reale strict pozitive pentru care $a+b+c=6$.

Arătați că $\frac{a}{a^2+bc+4} + \frac{b}{b^2+ca+4} + \frac{c}{c^2+ab+4} \leq \frac{1}{2}$ (G.M.)

Problema 3.

a) Se consideră triunghiul ABC , punctul D mijlocul laturii AC și punctul M astfel încât $\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC} = \overrightarrow{O}$. Arătați că dreptele MD și AB sunt paralele.

b) Se consideră triunghiul ABC , punctul G centrul său de greutate și punctele M și N astfel încât $\overrightarrow{BM} = \frac{1}{4}\overrightarrow{BA}$ și $\overrightarrow{CN} = \frac{2}{5}\overrightarrow{CA}$. Arătați că punctele M , N și G sunt coliniare.

Problema 4.

Fie I centrul cercului înscris în triunghiul ABC . Arătați că triunghiul ABC este echilateral dacă și numai dacă $\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{BI} + \overrightarrow{CI} = \overrightarrow{O}$. (S.G.M.)

Notă: Fiecare subiect este notat cu 7p.

Timp de lucru 3 ore.